Lycée secondaire Bembla	EXAMEN BAC BLANC	Lycée secondaire Bennane-Bodheur
Mr : Yacoubi Hamda Mr : Mbarek Jamel	Durée : 4h ***********4ème Math	Mr : Bouhouch Ameur

Exercice n°1: (3pts)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer sur votre copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) Si $N=3^{2011}$, alors le chiffre des unités de N est:

a) 3 b) 7 c) 9

2) Les solutions, dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$, de l'équation: $17x-10y=1$ sont de la forme:

a) $(3+17k, 5+10k)$ b) $(17k, 10k)$ c) $(3+10k, 5+17k)$; $k\in\mathbb{Z}$

3) Dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$, Soit f une similitude indirecte de rapport 2, de centre I d'affixe $1+i$ et d'axe (Δ): $y=x$. Alors l'écriture complexe de f est:

a) $z'=(1+i)\bar{z}-2$ b) $z'=2i\bar{z}-1-i$ c) $z'=2iz-1-i$

Exercice n°2: (5pts)

I) Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par: $g(x)=2(x\sqrt{x}-1)+\ln x$.

1) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.
2) Calculer g(1) et donner le signe de g.

II) Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}+1-x$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que f est dérivable et que $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$ pour tout $x>0$.
2) Dresser le tableau de variation de f.
3) Montrer que la droite (D): $y=1-x$ est une asymptote à (C).
4) Tracer la courbe (C) et la droite (D).
5) Calculer l'aire (en u.a) de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations: $x=1$ et $x=e$.

III) Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, on pose $I_n=\displaystyle\int_1^e \frac{(\ln t)^n}{\sqrt{t}}dt$.

1) Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, $I_{n+1}=2\sqrt{e}-2(n+1)I_n$.
2) Calculer I_2.(On pourra utiliser le résultat de la question II) 5))
3) Montrer que la suite (I_n) est décroissante.
4) Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, $0\leq I_n\leq\dfrac{\sqrt{e}}{n+1}$, et déduire que $\lim\limits_{n\to+\infty}(n.I_n)=\sqrt{e}$.

Exercice n°3: (4pts)

On considère, dans Z×Z, l'équation (E): $148x - 97y = 1$.

1) a) Vérifier que le couple (-19,-29) est une solution particulière de (E).
   b) Résoudre, dans Z×Z, l'équation (E) .
   c) Déterminer l'inverse de 97 modulo 148.

2) a) Vérifier que 149 est premier.
   b) Soit p un entier naturel non nul tel que $p \leq 148$.Montrer que $p^{148} \equiv 1[149]$.

3) Soit $a \in \{2,3,4,\ldots\ldots\ldots,148\}$, On pose $S(a) = 1 + a + a^2 + \ldots\ldots + a^{147}$.
   a) Montrer que $a^{148} - (a-1)S(a) = 1$.
   b) En déduire que a^{148} et (a-1) sont premiers entre eux.
   c) Montrer que 149 divise S(a).

Exercice n°4: (3,5pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les points A(3,1,0);B(-1,1,0);C(-1,2,-1) et I(1,0,-2).

1) a) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan P.
   b) Montrer qu'une équation cartésienne de P est: $y + z - 1 = 0$.
   c) Calculer le volume du tétraèdre IABC.

2) Soit (S) la sphère de centre I et passant par A.
   a) Vérifier que B et C sont situés sur la sphère (S).
   b) Soit (ξ) le cercle circonscrit au triangle ABC.
      Déterminer le rayon r et les coordonnées du centre H de(ξ) .

3) Soit le plan Q: $y + z + 2 = 0$
   a) Montrer que Q est l'image de P par une homothétie de centre O dont on précisera le rapport.
   b) Vérifier que $I \in Q$ et donner le rayon du cercle (ξ') intersection de Q et (S).

Exercice n°5: (4,5pts)

On donne un triangle ABC tels que AB=2AC et $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{2}(2\pi)$.

(Recopiez la figure ci-dessus et la compléter)

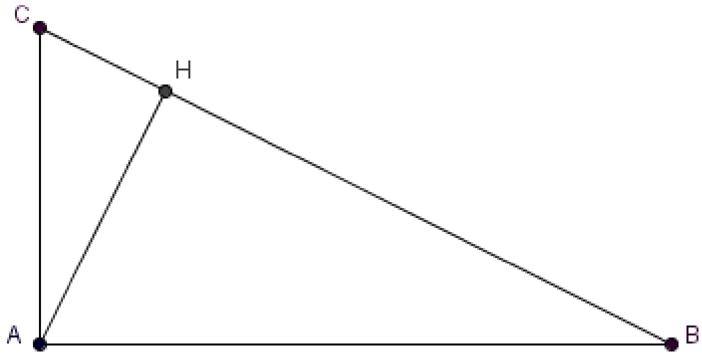
Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC); $I=S_{(AC)}(H)$ et $J=S_{(AB)}(H)$.

1) Caractériser l'application $S_{(AB)} o S_{(AC)}$, En déduire que A=I*J.

2) Soit S la similitude directe telle que S(A)=B et S(C)= A.
   a) Déterminer le rapport et l'angle de S.
   b) Montrer que H est le centre de S.
   c) Montrer que S(I)=J.

3) On suppose que AC=1.On muni le plan d'un repère orthonormé direct$\left(A, \vec{i}, \vec{j}\right)$ tel que $\vec{j} = \overrightarrow{AC}$.
   a) Déterminer les affixes des points A,B et C.
   b) Donner la forme complexe de S et en déduire l'affixe de H.

4) Soit f la similitude indirecte tel que f(A)=B et f(C)=A.On désigne par Ω son centre.
   a) Montrer que $f = S o S_{(AC)}$.
   b) Déterminer fof(C) et fof(I), et en déduire que Ω est le point d'intersection des droites (BC) et (IJ).
   c) Déterminer et construire l'axe (Δ) de f.


C
H
A
B